МАТЕМАТИКА

О КВАЗИЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧЕПРЕСЛЕДОВАНИЯ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГРАХ ДРОБНОГО ПОРЯДКА СО МНОГИМИ УЧАСТНИКАМИ

Маматов Машрабжон Шахабутдинович
доктор физико-математических наук, профессор
Национальный университет Узбекистана, Ташкент
mamatovmsh@mail.ru
Эсонов Эгамберди Эрйигитович
кандидат физико-математических наук, доцент
Ташкентский Государственный Технический Университет, Ташкент
egamberdi-esonov@mail.ru

ABSTRACT
This article is devoted to obtaining sufficient conditions for the completion of pursuit in fractional differential games with many participants. The results are illustrated by examples of models of gaming problems with a simple matrix and individual fractional-order motions.

Key words: Equations, Control Systems, Differential game, Derivative Kaputo, persecution, evasion, terminal set.

Введение.Дробное исчисление развивается уже более трёхсот лет, беря начало от обсуждения в 1695году в переписке между Г. Лопиталем и Г. Лейбницом вопроса о смысле производной порядка $\frac{1}{2}$. Считается, что первый шаг в построении дробного исчисления был сделан Л. Эйлером в 1738году заметившим, что результату вычисления производной порядка p от степенной функции можно придать смысл при нецелом p. Исследования в данном направлении проводились также П. Лапласом, С. Лакруа и Ж. Фурье. Они в 1822году предложили первое в истории определение дробной производной произвольного положительного нецелого порядка p от произвольной, но достаточно гладкой функции $f(x)$ на основе следующего интегрального равенства

$$\frac{d^p f(x)}{dx^p} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\lambda^p d\lambda \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\cos(tx - t\lambda + \frac{p\pi}{2})dt,$$

где t и λ - переменные интегрирования.

Динамика систем, описываемых дифференциальными уравнениями дробного порядка, является объектом исследования специалистов примерно с средины XX в. [1]. Исследование динамических систем дробного порядка с управлением активно развивается в последний 5-8 лет [2]. Растущий интерес к данным направлениям обусловлен двумя основными факторами. Во-первых, к середине прошлого века были достаточно полно проработаны математические основы дробного интегро-дифференциального исчисления и теории дифференциальных уравнений дробного порядка [3]. Примерно в это же время стала складываться и методология применения дробного исчисления в прикладных задачах, начали развиваться численные методы расчета интегралов и производных дробного порядка. Во-вторых, в фундаментальной и прикладной физике к этому моменту был накоплен значительный объем результатов, показавших необходимость использования аппарата дробного исчисления для адекватного описания целого ряда реальных систем и процессов [4]. В качестве примеров реальных систем упомянем электрохимические ячейки, конденсаторы с фрактальными электродами, вязкоупругие среды. Эти системы обладают, как правило, нетривиальными физическими свойствами, полезными с практической точки зрения. Например, нерегулярная структура электродов в конденсаторах позволяет достигать для них гораздо большей емкости, а использование электрических схем с элементами, имеющими передаточную характеристику дробно-степенного типа, обеспечивает более гибкую настройку контроллеров дробного порядка, используемых в современных системах управления[5].

Во второй половине XX в. исследователи обратили внимание на возможность использования дробного исчисления в теории систем и сигналов. В связи с этим стали развиваться работы по дробному обобщению вариационного исчисления и теории дробных дифференциальных включений, а также по дробному обобщению классических интегральных преобразований (Ж. Фурье, П. Лапласа, Д. Гильберта и др.). На рубеже XX и XXI в. получило развитие векторное обобщение дробного исчисления. В связи с заметным ростом количества реальных систем, для которых более адекватно описание в терминах дробного исчисления, весьма актуальной стала необходимость разработки эффективных методов и устройств управления данными системами. В последние годы активно развивается направление, посвященное проектированию контролеров дробного порядка. Такие устройства имеют больше настраиваемых параметров, чем обычные пропорционально – интегрально - дифференциальные контролеры (ПИД - контролеры), за счёт возможности изменения показателей интегрирующего и дифференцирующего звеньев и показали большую эффективность и гибкость в задачах управления системами, как целого, так и дробного порядков[6].

В настоящее время, под влиянием бурного научно-технического и технологического прогресса дробное исчисление превратилось в мощное научное направление, включающее как фундаментальные, так и прикладные исследования. Настоящая работа, посвящена получению достаточных условий завершения преследования несколькими управляемыми объектами одного или группа связанных друг-другом убегающих, для систем дробного порядка и примыкает к исследованием [7-12].

1.Пусть движение объекта в конечномерном евклидовом пространстве R^n описывается дифференциальными уравнениями дробного порядка вида

$$D_i^{\alpha_i} z_i = A_i z_i + f_i(u_i,\upsilon) + g_i(t), \quad 1 \le i \le m, \tag{1}$$

где $z_i \in R^n,\ n \ge 1;\ D_i^{\alpha_i} -$оператор дробного дифференцирования, $\alpha_i \in (0,1),\ t \in [0,T],\quad A_i - n \times n -$ постоянные квадратные матрицы, $u_i, \upsilon -$управляющие параметры $u_i -$управляющий параметр $i-$гопреследователя или игрока, $u_i \in P_i \subset R^{p_i}$, $\upsilon -$ управляющий параметр убегающего игрока, $\upsilon \in Q \subset R^q$, P_i и Q - компакты, $f_i -$непрерывные функции множества $P_i \times Q$ в R^n, $g_i(t) -$известные измеримые вектор-функции. Дробную производную будем понимать как левостороннюю дробную производную Капуто. Напомним, что дробная производная Капуто произвольного нецелевого порядка $\beta > 0$ от функции $z(t) \in \mathrm{AC}^{[\beta]+1}(a,b),\ a,b \in R^1$, определяется выражением

$$D^{\beta} z(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\{\beta\})} \int_a^t \frac{d^{[\beta]+1} z(\xi)}{d\xi^{[\beta]+1}} \frac{d\xi}{(t-\xi)^{\{\beta\}}}. \tag{2}$$

Пусть, далее, в R^n выделено терминальноемножество $M_1, M_2, ..., M_m$, где $M_i = M_i^{(0)} + M_i^{(1)},\ M_i^{(0)} -$ линейное подпространство пространства R^n, $M_i^{(1)} -$ подмножество L_i, $L_i -$ортогональное дополнение к подпространству $M_i^{(0)}$ в $\boldsymbol{R}^n$. Перечисленными выше данными описана дифференциальная игра нескольких лиц (1), (2) в которой принимает участие группа преследователей, в распоряжении которой вектор управления $u = (u_1, u_2, ..., u_m)$ и преследуемый игрок, в распоряжении которой вектор υ. Рассмотрим для дифференциальной игры (1), (2) задачу преследования.

Будем называть стратегией $i-$го преследователя $u_i(t) = U_t^i(z_i^0, \upsilon(t)) -$отображение, определенное на множестве произвольных измеримых управлений $\upsilon(t) \in Q$ и множестве произвольных векторов $z_i^0 \in R^n$, обладающее следующим свойством: для любого измеримого $\upsilon(t) \in Q$, $z_i^0 \in R^n$, $u_i(t) = U_t^i(z_i^0, \upsilon(t)),$ как функция $t,$ измерима и $u_i(t) \in P_i$. Стратегией преследования назовем вектор $u(t) = (u_1(t), u_2(t), ..., u_m(t)),$ где $u_1(t)$ -стратегия $i-$го преследования.

Будем говорить, что дифференциальная игра (1) может быть закончена из начального положения $z_i^0, i = 1,2,...,m,$ за время $T = T(z_0)$, если при любых измеримых управлениях $\upsilon(t),\ \ \upsilon(t) \in Q,$ $0 \le t \le T$ убегающего игрока существует такая стратегия преследования $u(t) = (u_1(t), u_2(t), ..., u_m(t)),$ чтопо крайней мере один вектор $z_i(\mathrm{t}),\quad i = 1,2,...,m,$ являющийся решением уравнения

$$D_i^{\alpha_i} z_i = A_i z_i + f_i(u_i(t), \upsilon(t)) + g_i(t), \quad z_i(0) = z_i^0$$

приходит на соответствующее терминальное множество M_i в момент $t = T$, т.е.: $z_{i_0}(\mathrm{t}^*) \in \mathrm{M}_{i_0},\ \ 1 \le i_0 \le m,\ \ 0 \le \mathrm{t}^* \le T.$

2.Пусть $\pi_i -$ оператор ортогонального проектирования из R^n на L_i, $e_{\alpha_i}^{A_i t} = t^{\alpha_i - 1} \sum_{k=0}^{\infty} A_i^k \frac{t^{\alpha_i k}}{\Gamma((k+1)\alpha_i)}$.

Предположение 1. Существует положительная константа θ такая, что для всех $\tau \in [0, \theta], \mathrm{i} = 1, 2, ..., \mathrm{m}$ не пусты множества

$$\hat{w}_i(\mathrm{r}) = \bigcap_{\upsilon \in Q} \pi_i e_{\alpha}^{A_i \tau} f_i(P_i, \upsilon), \quad W_i(\tau) = \int_0^{\tau} \hat{w}_i(\mathrm{r}) dr - M_i^{(1)}.$$

Предположение 2.Для позиции $z_i^0,\ i = 1, 2, ..., m,$ существуют векторы $m_i^{(1)} \in M_i^{(1)},$ измеримые функции $\bar{w}_i(\tau) \in \hat{w}_i(\tau)$ и положительная константа $T \le \theta$ такие, что

$$\sum_{i=1}^{m} \|\xi_i(T)\| + \int_0^T \sup_{\upsilon \in Q} \sum_{i=1}^{m} \lambda_1(i, \tau, T, \upsilon) d\tau \le 0,$$

где

$$\xi_i(T) = \pi_i \, \mathrm{z}_i^0 - \int_0^T \pi e_{\alpha_i}^{A_i(\mathrm{T}-s)} [A_i z_i^0 + g_i(\mathrm{s})] ds - \mathrm{m}_i^{(1)} + \int_0^T \bar{w}_i(T-s) ds,$$

$\lambda_1(\mathrm{i}, \tau, T, \upsilon) -$ скалярная функция, определяемая соотношением

$$\left\{\pi_i e_{\alpha_i}^{A_i \tau} f_i(P_i, \upsilon) - \bar{w}_i(\tau)\right\} \bigcap \left\{\lambda \eta_i(T), \lambda \le 0\right\} = \left\{\lambda \eta_i(T), \lambda_1(i, \tau, T, \upsilon) \le \lambda \le 0\right\},$$

$$\eta_i(T) = \begin{cases} \xi_i(T) / \|\xi_i(T)\|, & \xi_i(T) \ne 0, \\ 0, \quad \xi_i(T) = 0. \end{cases}$$

Теорема 1. Пусть для игры (1),(2) в позиции $z_i^0, i = 1, 2, ..., m,$ выполнены предположения 1,2 и $T^* -$ минимальное значение $T \le \theta$, для которого предположения 1, 2 выполнены. Тогда для позиции $z_i^0, i = 1, 2, ..., m,$ разрешима задача преследования, причем $T^* -$гарантированное время поимки.

Доказательство.Пусть величины $z_i^0,\ \mathrm{m}_i^{(1)},\ \bar{w}_i(\tau), \mathrm{T},\ i = 1, 2, ..., m,$ таковы, что для них выполнены предположения 1 и 2. Предпишем i $-$му преследователю строить свое управление u_i в момент $t,\ \ t \in [0, T],$ следующим образом. Если в момент $t \ge 0$ величина

$$\rho_i(t; \upsilon(s), 0 \le s \le t) = \|\xi_i(T)\| + \int_0^t \lambda_1(\mathrm{i}, \mathrm{T}-\mathrm{s}, T, \upsilon(s)) ds > 0,$$

то $u_i(t) -$ решение уравнения

$$\pi_i e_{\alpha_i}^{A_i(\mathrm{T}-t)} f_i(\mathrm{u}_i(\mathrm{t}), \upsilon(t)) = \bar{w}_i(\mathrm{T}-t) + \lambda_1(\mathrm{i}, \mathrm{T}-\mathrm{t}, \mathrm{T}, \upsilon(\mathrm{t})) \eta_i(T).$$

Если $t_1^i -$ первый момент времени, когда

$$\rho_i(t_1^i; \upsilon(s), 0 \le s \le t_1^i) = 0, \tag{3}$$

то для $t \in (t_1^i, \mathrm{T}]$ $\mathrm{u}_i(t) -$ решение уравнения

$$\pi_i e_{\alpha_i}^{A_i(\mathrm{T}-t)} f_i(\mathrm{u}_i(\mathrm{t}), \upsilon(t)) = \bar{w}_i(\mathrm{T}-t). \tag{4}$$

В силу предположений 1 и 2 существует одно или много решений уравнений (3),(4). Покажем, что среди них можно выбрать измеримое. Действительно, так как пересечение двух непустых множеств, непрерывно зависящих от (τ,υ), полунепрерывно сверху относительно включения, то функция $\lambda_1(\mathrm{i},\tau,T,\upsilon)$ полунепрерывно снизу в точках $(\tau,\upsilon), \tau\in[0,\mathrm{T}],\ \upsilon\in\mathrm{Q},$ при фиксированных i,T. Суперпозиция полунепрерывной снизу и измеримой функции является измеримой. Таким образом, функция $\lambda_1(\mathrm{i},\mathrm{T}-T,T,\upsilon(\mathrm{t}))-$ измеримая функция t при фиксированных i,T. В силу теоремы А.Ф.Филиппова(см.[8]) уравнения (3),(4) разрешимы в классе измеримых функций. Покажем, что, применяя стратегии $u_i(t),$ выбранное как решение уравнений(3),(4), преследователи могут гарантировать окончание преследования в момент времени T. Действительно, если $\upsilon(t)-$ произвольная стратегия убегающего, то возможны две ситуации: либо существует номер i_0, для которого $t_1^{i_0}\le\mathrm{T},$ либо для каждого $i,\ i=1,2,\ldots,m,$

$$\rho_i(\mathrm{T};\upsilon(s),0\le s\le T)>0,$$

В первом случае преследователь с номером i_0 ловит убегающего в момент времени T, так как согласно выбору стратегии преследования

$$\pi_{i_0}z_{i_0}(T)-\mathrm{m}_{i_0}^{(1)}=\eta_{i_0}(T)(\left\|\xi_{i_0}(T)\right\|+\int_0^{t_1^{i_0}}\lambda_1(\mathrm{i}_0,\mathrm{T}-\mathrm{s},T,\upsilon(s))ds)=0.$$

Второй случай невозможен в силу предположения 2. Действительно, если имеет место второй случай, то для всех $i,\ i=1,2,\ldots,m,$

$$\left\|\pi_i z_i(T)-\mathrm{m}_i^{(1)}\right\|=\left\|\xi_i(T)\right\|+\int_0^T\lambda_1(\mathrm{i},\mathrm{T}-\mathrm{s},T,\upsilon(s))ds>0.$$

Следовательно,

$$\sum_{i=1}^m\left\|\pi_i z_i(T)-\mathrm{m}_i^{(1)}\right\|=\sum_{i=1}^m\left\|\xi_i(T)\right\|+\int_0^T\sum_{i=1}^m\lambda_1(\mathrm{i},\mathrm{T}-\mathrm{s},T,\upsilon(s))ds>0,$$

что противоречит предположению 2. Таким образом, в момент времени T хотя бы один из преследователей поймает убегающего. Теоремадоказано.

3.В этом пункте рассматривается дифференциальная игра, описываемая системой уравнений дробного порядка вида

$$D_{ij}^{\alpha_{ij}}z_{ij}=A_{ij}z_{ij}+f_{ij}(u_i,\upsilon)+g_{ij}(t),\quad 1\le i\le m, 1\le j\le k, \tag{5}$$

где $z_{ij}\in R^{n_{ij}}$, $n_{ij}\ge 1;$ $D_{ij}^{\alpha}-$ оператор дробного дифференцирования, $\alpha_{ij}\in(0,1),\ t\in[0,T],\ \ A_{ij}-n_{ij}\times n_{ij}-$ постоянные квадратные матрицы, $u_i,\upsilon-$ управляющие параметры u_i- управляющий параметр $i-$ гопреследователя, $u_i\in P_i\subset R^{p_i}$, $\upsilon-$ управляющие параметрыубегающих игроков, $\upsilon\in Q\subset R^q$; P_i и Q - непустые компактные множества; $f_{ij}-$ непрерывные функции множества $P_i\times Q$ в $\boldsymbol{R}^{n_{ij}}$, $g_{ij}(t)-$ известные измеримые вектор-функции. В $\boldsymbol{R}^{n_{ij}}$ выделено терминальное множество M_{ij}. Игра (5) считается завершенной, если $z_{ij}\in M_{ij}$ для некоторых значений индексов $i,\ j$. Дробную производную будем понимать как левостороннюю дробную производную Капуто.Определение возможности завершения преследования формулируется аналогично определению 1, пункт 1(см. также [9]).

Предположение3. $M_{ij}=M_{ij}^{(0)}+M_{ij}^{(1)}$, где $M_{ij}^{(0)}-$ линейное подпространство $\boldsymbol{R}^{n_{ij}}$; $M_{ij}^{(1)}-$ подмножество $L_{ij}-$ ортогонального дополнения $M_{ij}^{(0)}$ в $\boldsymbol{R}^{n_{ij}}$.

Через π_{ij} обозначим операцию ортогонального проектирования из $R^{n_{ij}}$ на L_{ij}, $e_{\alpha_{ij}}^{A_{ij}t}=t^{\alpha_{ij}-1}\sum_{k=0}^{\infty}A_{ij}{}^{k}\,\dfrac{t^{\alpha_{ij}k}}{\Gamma((k+1)\alpha_{ij})}$. Пусть

$$\hat{w}_{ij}(\mathrm{r})=\bigcap_{\upsilon\in Q}\pi_{ij}e_{\alpha_{ij}}^{A_{ij}\tau}f_{ij}(P_i,\upsilon),\quad W_{ij}(\tau)=\int_0^{\tau}\hat{w}_{ij}(\mathrm{r})dr-M_{ij}^{(1)}. \qquad (6)$$

Предположение 4. Существуют число $\mathrm{T}\geq 0$ и отображение $j:\{1,2,...,m\}\to\{1,2,...,k\}$, такие, что множество $W_{ij(i)}(\mathrm{T})$ непусто.

При выполнении предположения 2 множество $W_{ij(i)}(\tau)$ не пусто для любого $\tau\in[0,\mathrm{T}]$. Зафиксируем вектор $w_{ij(i)}(\tau)\in W_{ij(i)}(\tau)$. Тогда $w_{ij(i)}(\tau)=\in\int_0^{\tau}\bar{w}_{ij(i)}(\mathrm{s})ds-m_{ij(i)}^{(1)}$ для некоторой суммируемой функции $\bar{w}_{ij(i)}(\cdot)$ и вектора $m_{ij(i)}^{(1)}\in M_{ij(i)}^{(1)}$.

Через $\eta_{ij(i)}(\tau)$ обозначим вектор $\dfrac{\xi_{ij(i)}(\tau)}{\left|\xi_{ij(i)}(\tau)\right|}$, если $\xi_{ij(i)}(\tau)\neq 0$ и $\eta_{ij(i)}(\tau)=\eta_{ij(i)}^{(0)},\ \left|\eta_{ij(i)}^{(0)}\right|=1,\ \eta_{ij(i)}^{(0)}-$произвольный фиксированный вектор, если $\xi_{ij(i)}(\tau)=0$, где $\xi_{ij(i)}(\tau)=\pi_{ij(i)}\,\mathrm{z}_{ij(i)}^{0}-\int_0^{\tau}\pi_{ij(i)}e_{\alpha_{ij(i)}}^{A_{ij(i)}(\tau-s)}[A_{ij(i)}z_{ij(i)}^{0}+g_{ij(i)}(\mathrm{s})]ds+w_{ij(i)}(\tau)$.

Предположение 5. Существуют число $\tau_0\in[0,T]$, суммируемая функция $\bar{w}_{ij(i)}(\cdot),\ \bar{w}_{ij(i)}(\mathrm{r})\in\hat{\mathrm{w}}_{ij(i)}(r)$ и вектор $m_{ij(i)}^{(1)}\in M_{ij(i)}^{(1)}$, такое, что

$$\sum_{i=1}^{m}\left\|\xi_{ij(i)}(\tau_0)\right\|\leq\int_0^{\tau_0}\left\{\inf\left[\sum_{i=1}^{m}\rho_{ij(i)}(\mathrm{s},\upsilon)\right]\right\}ds>0, \qquad (7)$$

где $\rho_{ij(i)}(s,\upsilon)=\sup\left\{\rho:\bar{w}_{ij(i)}(\tau_0-r)-\rho\eta_{ij(i)}(\tau_0)\in\pi_{ij(i)}e_{ij(i)}^{(\tau_0-r)\mathrm{A}_{ij(i)}}f_{ij(i)}(P_{ij(i)},\upsilon)\right\}$.

Теорема2. Если выполнены предположения 3-5, то в игре (5) из начального положения $z_{ij}^{0},i=1,2,...,m;\ j=1,2,...,k,$ возможно завершение преследования, за время $T(z_0)\leq\tau_0$.

4.Заключение

Проведённое исследования для решения дифференциальных игр дробного порядка наглядно демонстрирует, что дробное исчисление является, в целом, более общей и сложной областью исследований, чем дифференциальных игр описываемых обычными дифференциальными уравнениями. Аналогично теория дробных динамических систем и дробное вариационное исчисление включают в себя системыцелогопорядка в качестве особых случаев. Развития дифференциальных игр дробного порядка, только начинается и поэтому в этой области остаётся обширное поле для исследований. В частности, до сих пор нет единой ясной интерпретации геометрического и физического смысла дробных операторов. Нет также единого определения дробной производной: в более абстрактных математических исследованиях используется, как правило, определение Римана–Лиувилля, а в прикладных исследованиях связанных с физикой или теорией управления, в подавляющем большинстве случаев используется определение Капуто или адекватное при численных расчётах определение Грюнвальда – Летникова. При этом приобретает актуальность вопрос о построении стандартизирующих функций для начальных, краевых и начально-краевых задач, позволяющих изменять вид неоднородности в уравнениях и тем самым сводить соответствующие задачи к задачам с нулевыми граничными или начальными условиями.

Списоклитературы

1. Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J. Theory and Applications of Fractional Differential Equations. Amsterdam: Elsevier, 2006.-500.

2.Lakshmikantham V., Leela S., Vasundhara D.J. Theory of Fractional Dynamic Systems// Cambridge: Cambridge Academic Publishers, 2009.-500.

3.Monje C.A., Chen Y.Q., Vinagre B.M., Xue D., Feliu V. Fractional-order Systems and Controls: Fundamentals and Applications// London: Springer-Verlag, 2010.-400 c.

4.Caponetto R., Dongola G., Fortuna L., Petras I. Fractional Order Systems. Modeling and Control Applications. Singapore: World Scientific, 2010.-200.

5.Agrawal O.P. A Formulation and Numerical Scheme for Fractional Optimal Control Problems// J.Vibr. Control. 2008. V.14.No. 9-10. P. 1291-1299.

6.Frederico G.S.F., Torres D.F.M. Fractional Optimal Control in the Sense of Caputo and the Fractional Noethers Theorem// Int. Math. Forum. 2008. V. 3. No. 10.P. 479-493.

7.Понтрягин Л.С. Линейные дифференциальные игры преследования// Мат. Сборник, 1980, Т. 112, № 3, с. 307-330.

8.Филиппов А.Ф. О некоторых вопросах теории оптимального регулирования // МГУ сер. матем., мех., астроном., физ., хим. – Москва. 1959. – № 2. – С. 25-32.

9.СатимовН., Маматов М.Ш. О задачах преследования и уклонения от встречи в дифференциальных играх между группами преследователей и убегающих // ДАН РУз. – Ташкент. 1983. – № 4. – С. 3-6.

10.Mamatov M.SH., Alimov H.N.The pursuit problem described by differential equations of fractional order. European Applied Sciences: challenges and solutions, proceedings of the 6th International scientific conference. ORT Publishing. Stuttgart. 2016. P.14-18.

11.Mamatov M.SH., Alimov H.N.By solving the problem of harassment described by differential equations of fractional order// Theoretical and Applied Sciences in the USA, proceedings of the 7th International scientific conference. CIBUNET Publishing. New York, USA. 2016. P. 6-10.

12.Mamatov M.SH.,Durdiev D.K., Alimov H.N. On the Theory of Fractional Order Differential Games of Pursuit// Journal of Applied Mathematics and Physics, 2016, 4, pp.1355-1362.

ПРЕДЕЛ УСКОРЕНИЯ И ДАЛЬНЕЙШЕЕ ЗАМЕДЛЕНИЕ РАСШИРЕНИЯ ВСЕЛЕННОЙ ПО ДАННЫМ 7823 TYPE 1A SUPERNOVAE ИЗ OPEN CATALOG FOR SUPERNOVA DATA

Мазуркин П.М.

Докт. техн. наук, проф., Поволжский государственный технологический университет, Йошкар-Ола, Россия, kaf_po@mail.ru

АННОТАЦИЯ. По множеству из 7823 Type 1a с 11672 парами значений красного смещения и видимой звездной величины из каталога [1] доказана гипотеза колебательного возмущения Вселенной, а также существование предела расширения Вселенной до максимума красного смещения 2.840 при оптимуме видимой звездной величины 33.0. Расширение Вселенной сильнее влияет на параметры сверхновых звезд, чем сами эти объекты на расширение Вселенной. При этом закон Вейбулла имеет адекватность с коэффициентом корреляции 0.9345. Асимметричный вейвлет дает доказательство волновой гипотезе Вселенной. Нужно искать сверхновые звезды с малыми значениями видимой звездной величины, но с большими значениями красного смещения. В пределах $0 \le z \le 3.83$ будет наблюдаться положительное значение периода колебания, то есть волновое возмущение с нарастающей амплитудой происходит в нашей Вселенной. А при условии $z > 3.83$ колебание перейдет в отрицательную область, то есть возмущение по красному смещению начинает происходить вне нашей Вселенной. При этом полная выборка получает более высокую адекватность 0.9348 по сравнению с усеченными множествами.

Ключевые слова: 7823 SN 1a, красное смещение, видимая звездная величина, бинарные отношения, ранговые распределения, устойчивые закономерности.

1. Введение

Группа ученых под руководством Adam G. Riess опубликовала большую статью [2, Table 5] по отобранному ими множеству из 186 сверхновых SNe Ia. После идентификации закона Вейбулла нами был получен предел достижения модуля относительного расстояния 92 от влияния красного смещения, стремящегося к бесконечности. Введение нами двух вейвлетов колебательной адаптации Вселенной по этому множеству из-за воздействия темной энергии и темной материи дал предел модуля относительного расстояния 67.

По-видимому, Вселенная все же не разорвется от возрастания красного смещения, так как с его увеличением должна возрастать и действие сил колебательной адаптации. Мы считаем, что на каком-то уровне красного смещения должно наступить динамическое равновесие между темной энергией, темной материей и видимой материей. Это видно из того, что при пределе $\mu^a_{0max} = 67.00$ по формуле тренда получаем вместо красного смещения 157710 всего 881.5. Это число близко к красному смещению реликтового излучения в $\sim$1000, известному для эпохи рекомбинации.

Наш анализ данных [2, табл. 5] показал, что интервал изменения красного смещения $z \le 1.7550$ все же недостаточен для суждений о пределе и торможении для замедления ускорения Вселенной. Поэтому мы обратились к каталогу [1] (по состоянию на 05.02.2018).

В каталоге [1] мы увидели четыре новые по сравнению с [2] измерения по трем сверхновым 1a, превышающие красное смещение 1.7550 (табл. 1): SCP-16C3 – 2.2216; SN1997ap – 2.07; UDS10Wil – 1.914 и повторение 1.914.

Из 9840 строк каталога [1] мы отобрали только те, у которых имеются значения двух важнейших параметров: m_{max} - maximum apparent AB magnitude; z - redschift. Кроме того, исключили все объ-